



Quaglino, Marta
Pagura, José Alberto
Dianda, Daniela
Barbiero, Cristina
Flury, Marisa
Koegel, Liliana
Ruggieri, Marta

Instituto de Investigaciones Teóricas y Aplicadas de la Escuela de Estadística

ESTUDIO ESTADÍSTICO DE SISTEMAS DE MEDIDA EN ENSAYOS DESTRUCTIVOS

1.- INTRODUCCIÓN

Las distintas estrategias de mejora continua de la calidad involucran la identificación de variables claves de los procesos, las cuales deberán ser observadas y medidas en distintas fases del mismo. Un paso importante previo a la aplicación de cualquiera de estas técnicas, (SPC, MSPC, DOE, CP, PLS, etc.) consiste en evaluar el sistema de medición a partir del cual se generan los datos de la característica de calidad que será analizada. Esto tiene su justificación en el hecho de que en cualquier actividad que implique mediciones, sólo una parte de la variabilidad observada será inherente al producto o servicio que está siendo medido, pero otra parte se deberá a la forma en que se realice la medición. Por lo tanto, si logra determinarse con anterioridad que el sistema de medición que se utiliza es adecuado, en el sentido de no introducir variabilidad adicional a las mediciones, se habrá eliminado una posible fuente de variación en el resultado del proceso. Para evaluar si el sistema de medición es adecuado debe tomarse conocimiento del alcance y de las causas que producen la variabilidad en las mediciones.

El propósito de un estudio de capacidad del sistema de medición, más conocido como estudio de repetibilidad y reproducibilidad (o estudio R&R) es evaluar cuánta variación está asociada al sistema y compararla con la variación total del proceso, decidiendo luego si el sistema de medición es capaz o no, de cumplir con la tarea para la cual se lo utiliza.

Como su nombre lo indica, esta metodología se basa en el análisis de datos provenientes de mediciones repetidas de las unidades. Sin embargo, existen situaciones en las que no es posible aplicar el enfoque estándar de esta metodología, como es el caso en el que el sistema de medición es destructivo. En estos casos las unidades que se miden son destruidas o distorsionadas por el proceso de medición, imposibilitando la repetición de la medición.

En este trabajo se realiza una síntesis de la metodología subyacente a los estudios de reproducibilidad y repetibilidad, haciendo especial hincapié en la situación particular que se genera cuando el método de medición es destructivo. También se presenta una aplicación surgida de un asesoramiento puntual realizado en una empresa a partir de un Convenio de Cooperación firmado en el marco del Proyecto "Control estadístico de procesos multivaria-

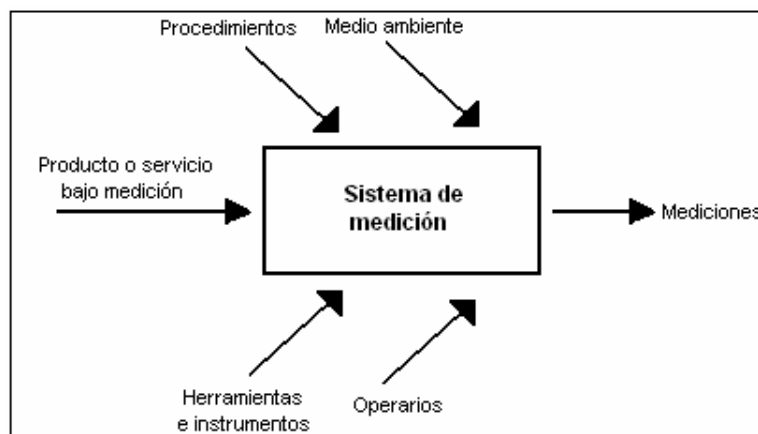
do", para evaluar el sistema de medición de los tiempos utilizados en realizar etapas de un proceso productivo.

2.- SISTEMAS DE MEDICIÓN

Las metodologías estadísticas para la mejora de procesos dependen fuertemente de datos de mediciones para identificar oportunidades de mejora. La confiabilidad de los datos es entonces, un punto muy importante a tener en cuenta, y ello implica que las propiedades del sistema de medición que se utilice deban ser estudiadas cuidadosamente.

Un sistema de medición es un conjunto de dispositivos, herramientas, procedimientos, personas y ambientes usados para asignar un número a una característica que está siendo medida. Cuando un sistema de medición es considerado como un proceso (ver Figura 1), resulta fácil ver las varias causas de variación que pueden llevar a mediciones inexactas. Puesto que deberán tomarse decisiones en base a tales mediciones, es necesario comprender las causas y el alcance de la variabilidad observada.

Figura 1: *Proceso de medición y causas de variación subyacentes.*



Un sistema de medición ideal es aquel que produce siempre mediciones correctas. En este sentido, la utilidad de un sistema de medición puede evaluarse a través de su *precisión* y su *exactitud*; términos muy a menudo confundidos.

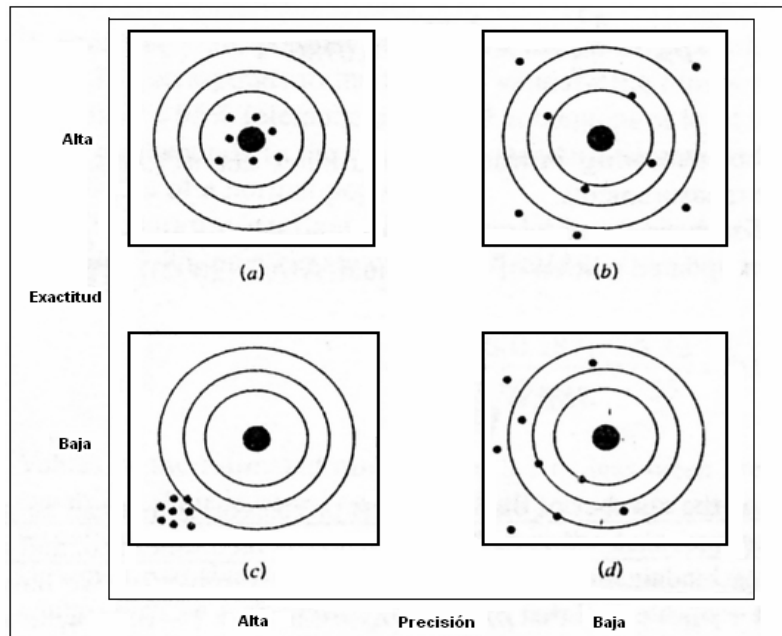
La **precisión** de un sistema de medición hace referencia a la variabilidad que se observa cuando se mide la misma unidad del producto con la misma herramienta de medición, repetidas veces. Entonces, un sistema de medición será preciso si es capaz de producir los mismos resultados cuando se mide repetidamente la unidad en condiciones uniformes.

Por el contrario, la **exactitud** del sistema se refiere a la diferencia que se observa entre el verdadero valor de la característica que se mide y el valor de la medición que se obtiene al

aplicar el procedimiento de medición. Por lo tanto, un sistema de medición será exacto si posee la habilidad de producir mediciones que, en promedio, coincidan con el verdadero valor de la característica que se está midiendo.

La Figura 2 ilustra estas dos propiedades, haciendo referencia a pruebas de tiro a un blanco. El punto central del blanco representa el verdadero valor a medir y los diferentes tiros que quedaron marcados, las sucesivas mediciones de la misma unidad.

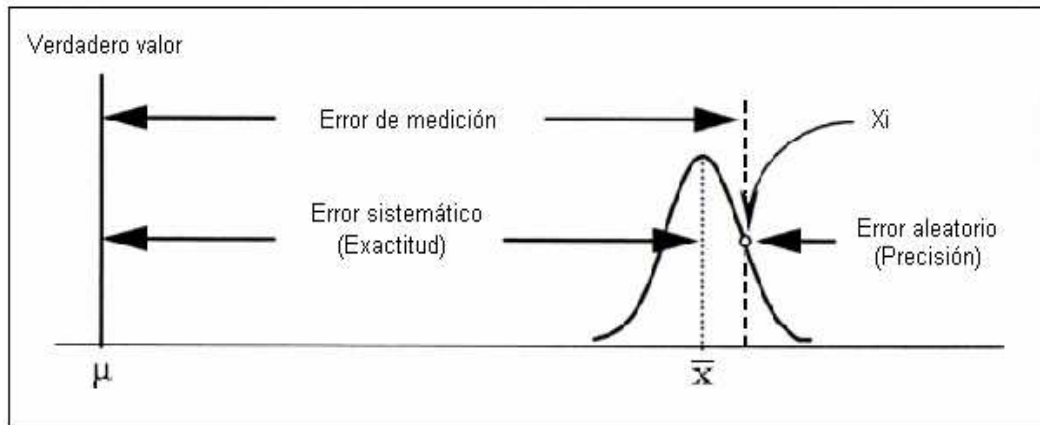
Figura 2: Conceptos de precisión y exactitud.



Nota: (a) el sistema es exacto y preciso. (b) el sistema es exacto pero no preciso. (c) el sistema es preciso pero no exacto. (d) el sistema no es preciso ni exacto.

La bondad de un sistema de medición depende de si es capaz de producir mediciones exactas y precisas de la característica de calidad de interés. A partir de este concepto, el error de medición puede descomponerse en dos elementos: el error sistemático, haciendo referencia a la exactitud de la medición; y el error aleatorio, que se corresponde con la precisión de la medición. En la Figura 3, se representan estos dos errores. La medición que se realiza, varía de una vez a otra, generando una cierta distribución de probabilidad. Si su distribución estuviera centrada en el verdadero valor de la medida, sólo podría esperarse un error aleatorio. Si tal distribución está centrada en un valor distinto del verdadero (tal y como se muestra en la figura), el error total será la suma de un error aleatorio más un error sistemático.

Figura 3: Componentes del error de medición.



Las propiedades que se detallan a continuación permiten evaluar cuán cerca está un sistema de medición del ideal, y además proveen información sobre cómo se puede mejorar el mismo.

- * **Estabilidad:** se dice que un sistema de medición es estable cuando no está afectado por causas especiales de variación, es decir, cuando la variabilidad observada es puramente aleatoria, indicando que se debe sólo a la precisión del sistema de medición y no a su exactitud. La estabilidad de un sistema de medición se juzga por un gráfico de control de mediciones repetidas de un mismo estándar a través de un período de tiempo. Si los gráficos de control resultantes (de promedios y rangos, o de observaciones individuales y rangos) están bajo control, se dice que el sistema es estable. No es necesario disponer de un estándar para evaluar estabilidad, puede utilizarse como estándar un producto para el cual sea seguro que la medición no varía a través del tiempo.
- * **Adecuación de la unidad de medición:** es la habilidad del sistema de medición de medir la característica de interés en un número adecuado de posiciones decimales. Este número adecuado de posiciones decimales dependerá de la característica particular que se esté midiendo. A su vez, la cantidad de posiciones decimales con las que se obtengan las mediciones, dependerá del poder de discriminación del sistema, lo cual está asociado a la graduación mas pequeña que el instrumento es capaz de medir en su escala. Esta propiedad hace referencia a la habilidad de la herramienta para detectar e indicar consistentemente cambios en la característica medida.
- * **Sesgo:** el sesgo o imprecisión en el sistema de medición es la diferencia sistemática entre los resultados que arroja el sistema de medición y el verdadero va-



lor de la característica o estándar. Para poder determinar el sesgo es necesario conocer el verdadero valor de la característica. Si esta se desconoce, una alternativa consiste en medir varias veces el mismo producto utilizando el mejor método de medición que se disponga y tomar el valor promedio de tales mediciones como estándar.

- * **Repetibilidad:** es la variabilidad en mediciones repetidas del mismo producto bajo condiciones exactamente idénticas, es decir, usando la misma herramienta de medición, el mismo operario y las mismas condiciones ambientales. No es necesario tener un valor estándar para estimar la repetibilidad. Cuando la repetibilidad del sistema de medición es pobre, significa que algún factor está afectando al instrumento de medición.
- * **Reproducibilidad:** es la variabilidad en el promedio de las mediciones hechas por diferentes operarios usando la misma herramienta y midiendo el mismo producto. La variabilidad introducida por los diferentes operarios es una medida de la reproducibilidad del sistema de medición y para medirla no es necesario disponer de un estándar.
- * **Linealidad y variancia constante:** Esta propiedad se refiere a si el sesgo y la variabilidad del sistema de medición, son constantes a través del rango en el que opera el sistema de medición. Si el sesgo es constante durante ese rango de operación, se dice que el sistema es *lineal*. Similarmente, si la variabilidad en las mediciones se mantiene constante, se dice que el sistema tiene variancia constante.

Las propiedades de estabilidad, sesgo, linealidad y variancia constante, permiten evaluar la *exactitud del sistema de medición*; mientras que la repetibilidad y la reproducibilidad del mismo refieren a su *precisión*.

De esto se desprende que los tipos de estudios orientados a evaluar la precisión o bien la exactitud del sistema de medición, son diferentes. Si lo que se quiere es investigar la precisión del sistema, debe realizarse un estudio de repetibilidad y reproducibilidad, comúnmente llamado estudio Gauge *R&R*. Este tipo de estudios es el objeto de este trabajo.

3.- MODELOS PARA EL ESTUDIO DE R & R

Los estudios de R&R, se llevan a cabo para examinar la variabilidad del sistema de medición, evaluar su alcance en comparación con la variabilidad total, e identificar las principales



fuentes que la producen. Con este propósito resulta útil considerar que las mediciones obtenidas responden a un simple, (pero razonable) modelo: $Y=X + \varepsilon$, donde Y es la medición observada, X es el verdadero valor de una unidad del producto y ε es el error en la medición. Asumiremos que X y ε son variables aleatorias que se distribuyen normal e independientemente con medias μ_p y μ_m , y variancias σ_p^2 y σ_m^2 , respectivamente. La variancia de la medición Y es entonces: $\sigma_{Total}^2 = \sigma_p^2 + \sigma_m^2$. Si además consideramos que el error de medición puede deberse a dos fuentes diferentes, sistemáticas (que representa a la reproducibilidad) y aleatorias (que representa a la repetibilidad), podríamos escribir:

$$\sigma_{Total}^2 = \sigma_p^2 + \sigma_m^2 = \sigma_p^2 + \sigma_{reproducibilidad}^2 + \sigma_{repetibilidad}^2$$

Es decir, la variabilidad total observada en las mediciones será la suma de la variabilidad propia de las piezas o unidades que se miden y de la variabilidad que introduzca el sistema de medición y esta última estará compuesta por la repetibilidad y por la reproducibilidad. La razón entre σ_p^2 y σ_m^2 , podría ser utilizada como un indicador de la bondad del sistema, para lo cual es necesario obtener una estimación de estas componentes.

Para estimar estas componentes de la variabilidad del sistema de medida, es necesario realizar un estudio a través de un experimento diseñado, que controle a la vez los factores que pueden afectar a las mediciones, en general, "operario" e "instrumento". Para ello suelen utilizarse diseños factoriales completos, y dado que los efectos serán en general aleatorios (los niveles de ambos factores son una muestra aleatoria de una población más grande de niveles), deben utilizarse modelos de efectos aleatorios para su análisis (o en ocasiones, modelos mixtos).

Habiendo dos factores, el modelo completo permite descomponer la variabilidad observada en cuatro componentes. Suponiendo que hay p piezas seleccionadas aleatoriamente y o operadores seleccionados aleatoriamente, y que cada operador mide cada parte n veces, entonces las mediciones pueden ser representadas por el modelo (los corchetes identifican a los parámetros asociados a ambas componentes de la variabilidad):

Modelo supuesto: $y_{ijk} = [\mu + P_i] + [O_j + (PO)_{ij} + \varepsilon_{ijk}]$, $i = 1, 2, \dots, p$; $j = 1, 2, \dots, o$; $m = 1, 2, \dots, n$

Las componentes del modelo $P_i, O_j, (PO)_{ij}, \varepsilon_{ijk}$ son variables aleatorias independientes que representan el efecto de las partes, los operadores, la interacción entre operadores y partes y el error aleatorio. Asumimos que estas variables aleatorias están normalmente distribuidas



con media cero y variancias dadas por $V(P_i) = \sigma_p^2$, $V(O_j) = \sigma_o^2$, $V[(PO)_{ij}] = \sigma_{po}^2$ y $V(\varepsilon_{ijk}) = \sigma^2$. Por tanto, la variancia de cualquier observación es:

$$V(y_{ijk}) = \sigma_p^2 + \sigma_o^2 + \sigma_{po}^2 + \sigma^2$$

El método del análisis de la variancia será usado para determinar si estos componentes de variancia son significativos, es decir, si las fuentes de variación asociadas realmente introducen variabilidad a las mediciones. Una vez determinada la significación de las componentes podrá estimarse aquellas que hayan resultado significativas, y con ello determinar su participación en la variabilidad total para decidir si el sistema de medición es capaz o no. La tabla ANOVA resultante es:

Tabla 1: Cuadro ANOVA para el modelo de efectos aleatorios a dos criterios de clasificación cruzados.

Fuente de Variación	Grados de libertad	Suma de Cuadrados (SC)	Cuadrados Medios (CM)
Operario	$o - 1$	$SC_o = pn \sum_{j=1}^o (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{...})^2$	$\frac{SC_o}{o - 1}$
Pieza	$p - 1$	$SC_p = on \sum_{i=1}^p (\bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...})^2$	$\frac{SC_p}{p - 1}$
Interacción	$(o - 1)(p - 1)$	$SC_{po} = n \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^o (\bar{y}_{ij.} - \bar{y}_{i..} - \bar{y}_{.j.} + \bar{y}_{...})^2$	$\frac{SC_{op}}{(o - 1)(p - 1)}$
Error (instrumento)	$op(n - 1)$	$SC_{error} = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^o \sum_{k=1}^n (y_{ijk} - \bar{y}_{ij.})^2$	$\frac{SC_{error}}{op(n - 1)}$
Total	$opn - 1$	$SC_{Total} = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^o \sum_{k=1}^n (y_{ijk} - \bar{y}_{...})^2$	

Para determinar las estadísticas necesarias para probar la significación de las componentes de variancia, es conveniente examinar las esperanzas de los cuadrados medios asociados.

Tales esperanzas resultan:

$$E(CM_o) = \sigma^2 + n\sigma_{po}^2 + pn\sigma_o^2$$



$$E(CM_p) = \sigma^2 + n\sigma_{PO}^2 + on\sigma_p^2$$

$$E(CM_{PO}) = \sigma^2 + n\sigma_{PO}^2$$

$$E(CM_{Error}) = \sigma^2$$

A partir de esta información pueden deducirse las estadísticas adecuadas para probar cada una de las hipótesis de interés.

La hipótesis $H_0 : \sigma_{PO}^2 = 0$ se probará utilizando la estadística: $F_{Obs} = \frac{CM_{PO}}{CM_{Error}}$, ya que si la

hipótesis nula es cierta tanto el numerador como el denominador tienen valores esperados iguales a σ^2 , mientras que si la hipótesis nula es falsa el relativo entre las dos esperanzas es mayor uno. Dados los supuestos del modelo, este cociente tiene distribución *F de Snedecor* con $(o-1)(p-1)$ y $op(n-1)$ grados de libertad en el numerador y denominador respectivamente. La región crítica corresponde al extremo superior de la distribución *F*.

Similarmente se deduce que las hipótesis $H_0 : \sigma_o^2 = 0$ y $H_0 : \sigma_p^2 = 0$ pueden probarse utilizando las estadísticas $F_{Obs} = \frac{CM_o}{CM_{PO}}$ y $F_{Obs} = \frac{CM_p}{CM_{PO}}$, respectivamente.

Los componentes de variancia pueden ser estimados calculando primero los valores de los cuadrados medios e igualando luego tales valores a sus valores esperados y resolviendo para las componentes de variancia. Las estimaciones resultantes son:

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= CM_{error} \\ \sigma_{PO}^2 &= \frac{CM_{PO} - CM_{error}}{n} \\ \sigma_o^2 &= \frac{CM_o - CM_{PO}}{pn} \\ \sigma_p^2 &= \frac{CM_p - CM_{PO}}{on}\end{aligned}$$

En algunos casos puede encontrarse que la estimación de un componente de variancia es negativo. Una alternativa es asumir que este resultado indica que tal componente realmente es nulo, y por lo tanto debería asignarse el valor cero a ese componente y mantener sin cambios las demás estimaciones no negativas. Si ocurren estimaciones negativas de un componente de variancia, puede pensarse están acompañadas por fuentes de variación no significativas en el modelo. Por ejemplo si el componente de variancia σ_{PO}^2 es negativo, la



fuente de variación referida a la interacción es no significativa, σ_{PO}^2 sería realmente cero, no habría efecto interacción y podría procederse a ajustar un modelo reducido que no incluya dicho término.

Otra posibilidad es estimar los componentes de variancia con un método que garantice estimaciones no negativas. La repetibilidad será estimada mediante la variancia del error, es decir, σ^2 es el componente de variancia debido a la repetibilidad. Por otro lado, la reproducibilidad estará compuesta por la variancia debida a los operarios y la variancia debida a la interacción entre los operarios y las piezas. Se tiene entonces:

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_{repetibilidad}^2 = \sigma^2 = CM_{error} \\ \sigma_{reproducibilidad}^2 = \sigma_O^2 + \sigma_{OP}^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \sigma_{Gauge}^2 = \sigma_{repetibilidad}^2 + \sigma_{reproducibilidad}^2$$

Si los resultados del análisis evidenciaran que la interacción es no significativa, puede formarse un cuadrado medio amalgamado, sumando al cuadrado medio del error el correspondiente a la interacción, y dejando como únicas fuentes de variación a las piezas y los operarios. En la estimación de las componentes de variancia se utiliza esta nueva estimación del cuadrado medio del error, $CM_{pool} = CM_{error} + CM_{OP}$, en reemplazo de CM_{error} y CM_{OP} .

Una vez que se tiene una estimación de la variancia asociada al sistema de medición puede evaluarse su participación en la variabilidad total observada y asimismo puede evaluarse cuál de los factores considerados es el que más influye en la variabilidad del sistema de medición.

Debe tenerse en cuenta que el expuesto no es modelo que deberá ajustarse siempre, en ocasiones, por las características del experimento, será adecuado un modelo anidado.

4.- ANÁLISIS DE REPETITIVIDAD Y REPETIBILIDAD CON ENSAYOS DESTRUCTIVOS

Para comprender el problema de los estudios R&R cuando las mediciones son destructivas, es necesario tener en cuenta que las unidades pueden cambiar con el paso del tiempo. Por lo tanto, una misma unidad examinada en dos momentos diferentes debe ser tomada como dos unidades experimentales diferentes. Por esta razón, en el modelo, las unidades están subindicadas por dos letras, i y t , haciendo referencia a la unidad en particular de la que se trata y al momento en el tiempo en el que se realiza la medición, respectivamente.



Sea U el conjunto de unidades a las que se aplica el procedimiento de medición. Recordando que los valores de las mediciones pueden representarse por el modelo $Y(u) = X(u) + \varepsilon$, donde $X(u)$ es el verdadero valor de la medición y ε es el error de la medición, la distribución de probabilidad de las mediciones estará dada por $F_{Y|u}(y) = P(Y(u) \leq y/u) \quad u \in U \quad y \quad u \text{ fijo}$. Los supuestos básicos que se asumen para llevar a cabo los análisis de R&R son:

Sesgo constante: $\mu_u - X(u) = E_{Y|u}(Y(u)) - X(u)$ es constante para todo u (linealidad) y constante a través del tiempo (estabilidad).

Homogeneidad del error de medición: $F_{Y|u_{i,t}}(y - \mu_{u_{i,t}}) = F_{Y|u_{j,s}}(y - \mu_{u_{j,s}})$, $\forall u_{i,t}, u_{j,s} \in U$. O sea, la distribución del error de medición es idéntica para todas las unidades medidas.

Estabilidad temporal de las unidades u objetos: para cualquier objeto i $X(u_{i,t}) = X(u_{i,s})$ en dos momentos cualesquiera t y s , y por lo tanto, dado (1º) $\mu_{u_{i,t}} = \mu_{u_{i,s}}$. Es decir, no importa en qué momento en el tiempo se realiza la medición.

Robustez frente al proceso de medición: $X(u_{i,t})$ es el mismo antes y después de que el objeto i sea medido. Es decir, los objetos o unidades no se ven afectados por la medición.

Sin embargo con mediciones destructivas al menos uno de los dos últimos supuestos no se cumplen. Las líneas de acción recomendadas en cada caso son diferentes.

Si el problema es sólo la falta de robustez frente al sistema de medida, pero hay estabilidad temporal, no es necesario hacer la distinción entre diferentes momentos en el tiempo. Esto puede suceder si hay homogeneidad entre los objetos o unidades, o bien si existen unidades alternativas a las que pueda aplicar el procedimiento de medición, en cuyo caso será necesario además que estas unidades alternativas sean representativas de las unidades originales para que el reemplazo tenga sentido.

Si las unidades presentan heterogeneidad con respecto a la medición bajo estudio se recomienda modelar la heterogeneidad de las unidades y corregir por ella, logrando, artificialmente, que las unidades sean homogéneas. El modelo adecuado para la variabilidad puede ser una función polinomial, un modelo autoregresivo, un modelo promedio móvil, etc.

Si el problema es que las unidades varían a través del tiempo, es decir, la medición de una unidad en un momento no t resulta exactamente igual a la medición de la misma unidad en



otro momento s, se podría modelar la fluctuación de las unidades a través del tiempo y luego hacer una corrección utilizando el modelo.

Si las unidades no son estables a través del tiempo ni son robustas frente al proceso de medición, podría evaluarse la posibilidad de obtener unidades para las cuales se conozca con certeza el verdadero valor de la característica que se mide. En general, esta situación se da cuando se tiene a disposición material de calibración, es decir, material con valor real conocido y estimar entonces el error de medición con esa información.

En cualquiera de las situaciones, habría que adaptar los diseños propuestos. En todo caso los modelos adecuados para su análisis vuelven a ser de efectos aleatorios, cruzados o anidados, con o sin interacciones, y las consideraciones para los test de hipótesis sobre las componentes de variancia y sus estimaciones, son similares a las expuestas en el apartado anterior.

5.- APLICACIÓN. EVALUACIÓN DE UN SISTEMA DE MEDIDAS DE TIEMPOS DE PROCESOS

Durante el asesoramiento realizado en una empresa metalúrgica con la cual se estableció el Convenio mencionado en la Introducción, uno de los temas abordados fue el estudio de los tiempos de producción de ciertos artículos, seleccionados entre los de mayor demanda. La organización de la producción se basa en los pedidos recibidos por el sector de ventas.

Si bien el objetivo primario de estos estudios fue el análisis de los tiempos globales de producción, a medida que se iba recogiendo información cuantitativa, se observaron variabilidades importantes en la medición registrada de los tiempos empleados en cada subproceso, originándose como un posible punto de mejora, el estudiar las fuentes de variación del sistema de medida de tales tiempos. Esta no es una aplicación convencional, dado que el tiempo insumido en un subproceso que mide un operario, tal y como se realiza la recolección del dato habitualmente, no es una medición que pueda repetirse. Sin embargo podían analizarse los datos recogidos, y estimar las componentes de variancia de los distintos factores que afectaban al sistema de medida de los tiempos, suponiendo que provenían de ensayos de tipo destructivos.

La información necesaria para realizar los estudios propuestos, se obtuvo de las planillas que llenan los operarios rutinariamente como parte de las actividades de producción. En estas planillas, que se utilizan para la trazabilidad de la producción, se informan fechas de pedidos, cantidad de piezas procesadas, el tiempo insumido en cada etapa de la producción, nombre del operario, turno de trabajo, descripción de problemas surgidos durante el procesamiento, etc.



Para el estudio de R&R se eligió una pieza y un subproceso particular, se analizaron las particularidades de cómo se obtenían los datos y se identificaron:

- Dos fuentes de variabilidad o factores (aleatorios): operario y pieza
- Mediciones "sustitutas", que podían considerarse homogéneas y que tomarían el lugar de repeticiones: mediciones realizadas en el mismo día, por los mismos operarios, en tandas de producción diferentes
- La posibilidad de suponer que las mediciones eran robustas frente al proceso de medición (si dos personas distintas estuvieran evaluando el tiempo de producción, éste no debería mostrar variaciones importantes)

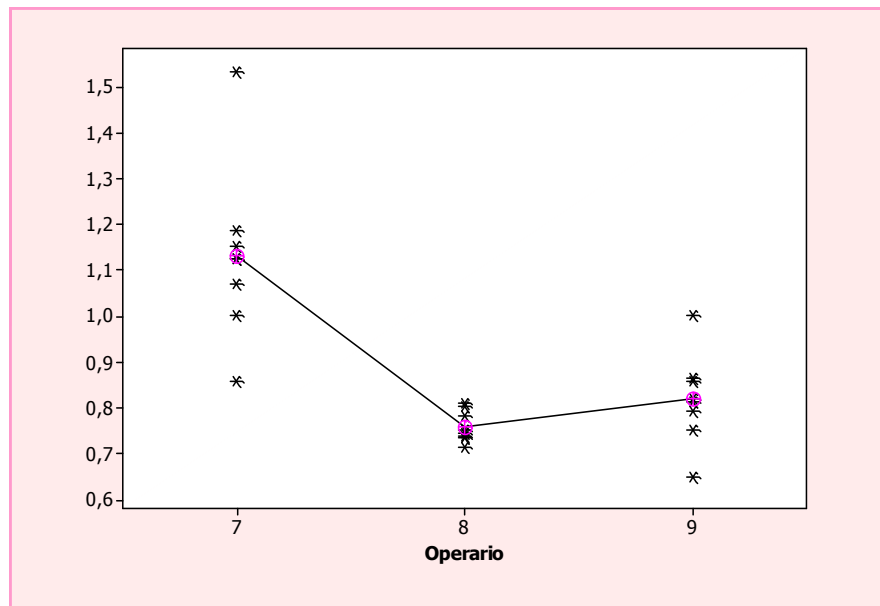
Los datos disponibles correspondían a tres operarios, cada uno de los cuales había realizado dos veces el subproceso de corte en el mismo día, generando así dos mediciones distintas para el mismo día. Esta situación se repitió en cuatro días distintos para cada operario, siendo el día el que genera los distintos procesos medidos (piezas en una situación estándar).

Tabla 1: Matriz de información.

Procesos (Piezas)	Operario		
	Operario 7	Operario 8	Operario 9
1	1.1250	0.7143	0.7500
	1.0714	0.7368	0.7925
2	0.8571	0.7426	0.8571
	1.5319	0.7826	0.8649
3	1.1852	0.7500	1.0000
	1.1250	0.7317	0.6471
4	1.0000	0.8036	0.8182
	1.1538	0.8103	0.8136

Los datos se asimilar a un diseño factorial cruzado con dos factores aleatorios, operarios (con tres niveles) y procesos (o "piezas", con 4 niveles), con dos repeticiones en cada combinación de los factores. En la Figura 4 se representan los datos analizados en un diagrama de puntos individuales, agrupando las mediciones por operario.

Figura 4: Observaciones individuales de los tiempos medidos por subproceso



Los resultados del análisis de la variancia, para evaluar la significatividad de los efectos presentes, se muestran en la tabla 2.

Tabla 2: ANOVA

Fuente de Variación	gl	SC	CM (ajustado)	F	p-value
Operario	2	0.64033	0.32016	118.84	0.000
Proceso	3	0.01673	0.00558	2.07	0.206
Operario*Proceso	6	0.01616	0.00269	0.11	0.994
Error (instrumento)	12	0.30721	0.02560		
Total	23	0.98043			

Se encontraron diferencias altamente significativas entre los operarios. Esto significa que una parte de la variabilidad que se observa en los tiempos insumidos en procesar una unidad de la pieza se debe a los diferentes operarios que operan la máquina de corte y hacen la medición. Por el contrario, no existe evidencia muestral suficiente para rechazar la hipótesis que establece que no existen diferencias significativas entre los procesos medidos (pie-



zas) o la interacción Operario*Proceso. Las estimaciones de cada componente de variancia son:

$$\hat{\sigma}^2 = CM_{Error} = 0.0256$$

$$\hat{\sigma}_{OP}^2 = \frac{CM_{op} - CM_{error}}{n} = \frac{0.00269 - 0.0257}{2} \approx 0$$

$$\hat{\sigma}_o^2 = \frac{CM_o - CM_{OP}}{pn} = \frac{0.3202}{4 \cdot 2} = 0.04$$

$$\hat{\sigma}_p^2 = \frac{CM_p - CM_{OP}}{on} = \frac{0.00558}{6} = 0.0009$$

Por lo tanto, la variancia total estimada de las mediciones de los tiempos unitarios por pieza es de 0.067 minutos.

Sobre la base de estos resultados se evalúa la capacidad del sistema de medición, cuantificando la variabilidad debida a la repetibilidad y a la reproducibilidad. De acuerdo al diseño adoptado, la repetibilidad estará asociada a la variabilidad debida al error experimental y la reproducibilidad estará asociada a la variabilidad debida a los operarios, esto es:

$$\hat{\sigma}_{repetibilidad}^2 = \hat{\sigma}^2 = 0.0256$$

$$\hat{\sigma}_{reproducibilidad}^2 = \hat{\sigma}_o^2 + \hat{\sigma}_{op}^2 = 0.04$$

En primer lugar se evalúa la adecuación del sistema de medición, para lo cual debe calcularse el porcentaje del desvío estándar total de las mediciones que se debe al sistema de medición, esto es, el % R&R:

$$\% R \& R = \frac{\sqrt{\hat{\sigma}_m^2}}{\sqrt{\hat{\sigma}_{Total}^2}} \cdot 100 = \frac{\sqrt{0.0652}}{\sqrt{0.067}} \cdot 100 = 98\%$$

El resultado evidencia que el sistema de medición no es capaz, siendo responsable de casi la totalidad de la variabilidad observada en las mediciones.

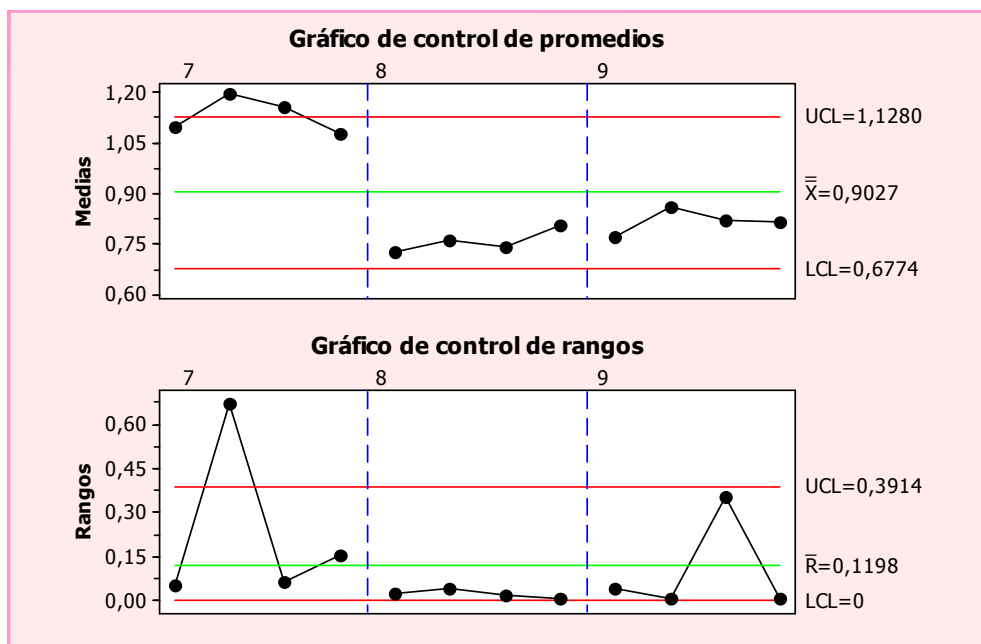
En segundo lugar, se calculan los porcentajes de contribución de la repetibilidad y la reproducibilidad sobre la variabilidad del sistema de medición, resultando:

$$\% \text{ Repetibilidad} = \frac{\hat{\sigma}_{\text{Repetibilidad}}^2}{\hat{\sigma}_m^2} \cdot 100 = \frac{0.0256}{0.0656} \cdot 100 = 39.02\%$$

$$\% \text{ Reproducibilidad} = \frac{\hat{\sigma}_{\text{Reproducibilidad}}^2}{\hat{\sigma}_m^2} \cdot 100 = \frac{0.04}{0.0656} \cdot 100 = 60.98\%$$

Se observa entonces que, si bien ambas componentes poseen un porcentaje de contribución alto sobre la variabilidad del sistema de medición, la variabilidad debida a la reproducibilidad es predominante. Esto significa que la mayor parte de la variabilidad que el sistema de medición introduce en las mediciones de los tiempos unitarios de corte, se debe a diferencias entre los operarios que realizan el subproceso. Estos resultados pueden apreciarse gráficamente, utilizando un gráfico de control de promedios y rangos para los subgrupos de mediciones repetidas. El mismo se muestra en la Figura 5.

Figura 5: Gráfico de control de promedios y rangos para el estudio R&R



El gráfico de control para los rangos no se encuentra bajo control, se concluye que el sistema de medición no es estable, es decir, existen causas asignables de variación que afectan el sistema de medición provocando que las mediciones no sean consistentes.

Por otro lado, el gráfico de promedios permite visualizar la reproducibilidad del sistema de medición, indicando en este caso que la misma es muy pobre, en virtud de las grandes diferencias en los niveles medios de las mediciones de cada operario.



4.- CONSIDERACIONES FINALES

La aplicación de cualquier proceso de mejora, requiere del empleo de métodos cuantitativos que dependen de la calidad de la información obtenida. La forma de "medir" hace esencialmente a la precisión y exactitud de dicha información. En este sentido, los análisis estadísticos de los sistemas de medida, aportan procedimientos adecuados tanto para evaluar los sistemas en general, como para identificar las causas de variabilidad sobre las que deberían hacerse ajustes. En este trabajo se ha presentado una síntesis ajustada de la metodología estándar de estos estudios y algunas pautas generales para poder aplicar estos procedimientos cuando se está en presencia de ensayos destructivos, situación en la que es imposible obtener mediciones repetidas.

Estos procedimientos fueron aplicados en un caso real que constituye un avance en un aspecto particular de colaboración entre la universidad y empresas de producción. Muchas empresas pequeñas y medianas en vías de desarrollo pretenden avanzar hacia una producción de calidad competitiva, lo que las impulsa a poner en marcha procesos de mejora. En el caso tratado, se detectó que el proceso de medición de tiempos utilizados para producir fases de un artículo determinado, debe su variabilidad especialmente a las diferencias entre los operarios que realizan los subprocesos, lo cual es un claro indicador de las posibles acciones de mejora.

5.- REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Automotive Industry Action Group (2002). "Measurement System Analysis", 3º edición. Daimler Chrysler Corporation, Ford Motors Company, General Motors Corporation.
- Jeroen de Mast, Albert Trip. (2005). "Gauge R&R Studies for Destructive Measurements". Institute for Business and Industrial Statistics. University of Amsterdam. Journal of Quality Technology. Vol 37, Nº 1.
- Joglekar, Anand. (2003). "Statistical Methods for Six Sigma in R&D and Manufacturing". Editorial Wiley Inters-Science
- Kiemele, M.; Schmidt, S. and Berdine, R. (1999). "Basic Statistics. Tools for Continuous Improvement". Air. Academic Press.
- Lamprecht, J. (2005). "Applied data Analysis for Process Improvement". ASQ Quality Press.
- Montgomery, D. (2005). "Introduction to Statistical Quality Control". Editorial Wiley.
- Montgomery, D. C.; Borror, C. and Burdick, R. (2003). "A review of Methods for Measurement System Capability Analysis". Journal of Quality Technology. Vol. 35, Nº 4.
- Pagura, J. y Quaglino, M. (2006). "Métodos estadísticos utilizando MINITAB" (en prensa)
- Perez Wilson, M. (2003). "Gauge R&R Studies for Destructive and non-destructive Testing". Advanced Systems Consultants, Arizona, USA.
- Quaglino, M; Pagura, J.; Dianda; D. Lupachini, E. Métodos Estadísticos Aplicados para la Mejora de Procesos. Experiencia en una PYME del Gran Rosario. Actas 11º Jornadas de Investigación en la FCEyE